

# Penentuan Rute dan Pengelolaan Persediaan dengan Mempertimbangkan Jumlah Permintaan Stokastik dan Jendela Waktu

Andi Muhammad Fiqri Achmad<sup>1</sup>, Irfan Rusydi Triyanto<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Program Studi Teknik Industri Agro, Politeknik ATI Makassar, Makassar

<sup>2</sup>Program Studi Administrasi Bisnis Terapan, Jurusan Administrasi Niaga, Politeknik Negeri Jakarta, Jakarta

\*Koresponden email: am\_fiqri@atim.ac.id

Diterima: 15 September 2025

Disetujui: 20 September 2025

## Abstract

One problem with stochastic characteristics is the drug distribution process. Drug demand originates from pharmacies, with the quantity requested varying each time a request is sent. This can be caused by several factors, one of which is that people's illnesses also vary and are not always the same. Due to this fluctuating demand from pharmacies, drug distributors must also provide larger quantities of drugs in their warehouses as safety stock. This study aims to develop a mathematical model for determining distribution vehicle routes and inventory management by considering uncertain demand and the presence of time windows. The developed mathematical model is in the form of a MILP. The data used is entirely synthetic and randomly generated. Data processing is carried out with several scenarios, by measuring the objective function value and computation time. The data processing results have produced a global optimal solution for 15 retailers and 5 different Beta value scenarios. The objective function value and computation time will increase with the increase in the number of retailers/pharmacies.

**Keywords:** *stochastic, inventory control, vehicle routing, mixed integer linear programming*

## Abstrak

Salah satu masalah yang memiliki karakteristik stokastik adalah proses distribusi obat – obatan. Permintaan kebutuhan obat berasal dari apotek dengan jumlah obat yang diminta berbeda – beda setiap kali mengirimkan permintaan. Hal ini dapat disebabkan oleh beberapa faktor, salah satunya karena penyakit yang dialami masyarakat juga berbeda – beda dan tidak selalu sama. Karena adanya permintaan oleh apotek yang berubah – ubah ini, maka pihak distributor obat juga harus menyediakan obat di gudang dalam jumlah yang lebih banyak sebagai stok pengaman. Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model matematis penentuan rute kendaraan distribusi dan pengelolaan persediaan dengan mempertimbangkan jumlah permintaan yang tidak pasti dan adanya jendela waktu. Model matematis yang dikembangkan berbentuk MILP. Data yang digunakan seluruhnya adalah data sintetis dan dibangkitkan secara random. Pengolahan data dilakukan dengan beberapa skenario, dengan mengukur nilai fungsi objektif dan waktu komputasi. Dari hasil pengolahan data telah dapat menghasilkan solusi global optimal untuk 15 retailer dan 5 skenario nilai Beta yang berbeda. Nilai fungsi objektif dan waktu komputasi akan mengalami peningkatan seiring dengan bertambahnya jumlah retailer / apotek.

**Kata Kunci:** *stokastik, pengendalian persediaan, rute kendaraan, mixed integer linear programming*

## 1. Pendahuluan

Pada kondisi nyata, hampir semua masalah yang ditemui memiliki kondisi parameter yang tidak pasti dan tidak dapat ditentukan. Kondisi ini menyebabkan sulitnya mencapai solusi optimal pada sebuah masalah. Pada masalah penentuan rute kendaraan dan pengendalian persediaan (IRP), seluruh parameter diasumsikan bersifat deterministik, padahal pada dasarnya parameter – parameter tersebut bersifat tidak menentu atau stokastik. Salah satu parameter yang bersifat tidak pasti adalah jumlah permintaan konsumen. Ketidakpastian permintaan ini dapat menyebabkan dua macam kerugian, yaitu kelebihan stok (*overstock*) atau kekurangan stok (*stockout*). Akibat dari kelebihan stok adalah dapat meningkatkan biaya penyimpanan dan risiko kedaluarsa produk, sedangkan kekurangan stok dapat menyebabkan hilangnya peluang penjualan dan menurunkan tingkat kepuasan konsumen.

Salah satu masalah yang memiliki karakteristik stokastik adalah proses distribusi obat – obatan. Penelitian tentang distribusi obat sebelumnya telah dilakukan [1] dan bertujuan untuk menentukan rute optimal kendaraan distribusi obat dari gudang ke setiap apotek. Hanya saja, penelitian tersebut belum

mempertimbangkan masalah persediaan dan karakteristik stokastik permintaannya. Permintaan kebutuhan obat berasal dari apotek dengan jumlah obat yang diminta berbeda – beda setiap kali mengirimkan permintaan. Hal ini dapat disebabkan oleh beberapa faktor, salah satunya karena penyakit yang dialami masyarakat juga berbeda – beda dan tidak selalu sama. Karena adanya permintaan oleh apotek yang berubah – ubah ini, maka pihak distributor obat juga harus menyediakan obat di gudang dalam jumlah yang lebih banyak sebagai stok pengaman.

Penelitian yang membahas tentang masalah penentuan rute distribusi dan pengendalian persediaan stokastik telah beberapa kali dilakukan sebelumnya. Penelitian tentang stokastik IRP dengan jendela waktu dimana jumlah permintaan konsumen baru diketahui pada akhir periode, dan distributor yang mengambil alih keputusan pengadaan dari retailer [2]. Penelitian tersebut juga mengembangkan solusi matheuristik berdasarkan algoritma *adaptive large neighborhood search* (ALNS). Stokastik IRP dengan *stockout* yang mempertimbangkan tingkat maksimum inventori pada tiap retailer juga telah dibahas dengan tujuan untuk meminimasi total biaya yang terdiri dari total biaya inventori dan biaya penalty pada retailer, serta biaya rute kendaraan [3]. Stokastik IRP yang mempertimbangkan pengiriman langsung dan memiliki karakteristik *vendor managed inventory* telah dibahas serta diformulasikan sebagai *Markov decision process* [4]. Selanjutnya stokastik IRP telah dikembangkan ke arah industri hijau, dimana kendaraan hybrid memiliki stasiun pengisian energy listrik pada sisi jalan [5]. Dan penelitian stokastik IRP juga telah dikembangkan ke arah perishable products, dan mempertimbangkan keuntungan rata – rata, tingkat pelayanan, dan kesegaran produk [6].

Penentuan rute dan pengendalian persediaan (IRP) pada awalnya diperkenalkan untuk mengintegrasikan keputusan rute kendaraan yang bersifat operasional, dengan keputusan persediaan yang bersifat taktikal [7][8]. Masalah ini pada dasarnya muncul dalam konteks *vendor-managed inventory* (VMI) dimana vendor atau distributor memiliki kewenangan untuk mengatur tingkat persediaan dan waktu pengadaan barang di tiap retailer yang dilayani. Tujuan dari model ini adalah untuk mengurangi biaya logistik dan menambah nilai pada bisnis. IRP juga pada awalnya diasumsikan memiliki karakteristik deterministic, dimana tiap parameter, seperti jumlah permintaan konsumen, waktu tunggu, dan sebagainya, telah diketahui, sehingga masih cukup mudah untuk diselesaikan [9].

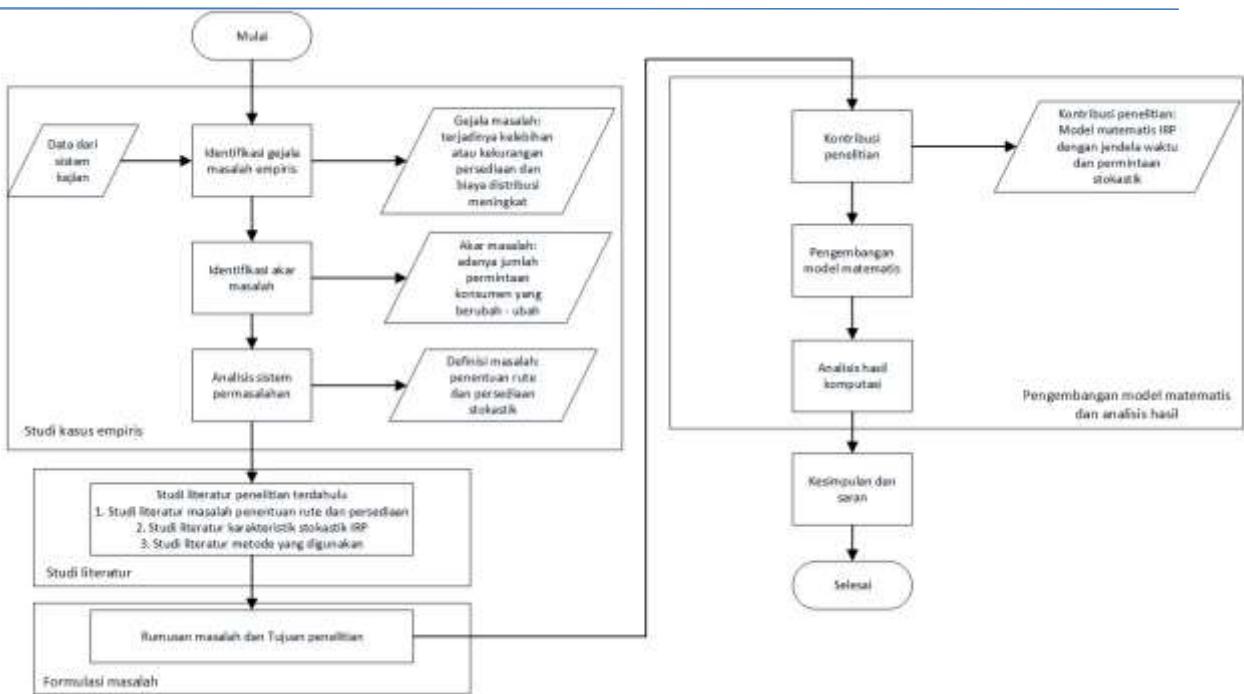
Dengan semakin berkembangnya praktik – praktik IRP maupun VMI, serta meningkatnya kebutuhan untuk menangani berbagai ketidakpastian dalam proses logistik, maka IRP yang mempertimbangkan karakteristik stokastik juga semakin banyak diteliti [4]. Berbagai jenis penelitian terkait stokastik IRP terus bermunculan. Misalnya penelitian stokastik IRP dimana supplier memiliki batasan kapasitas produksi dan menggunakan formulasi *stochastic dynamic programming* untuk menyelesaikan masalahnya [10]. Penelitian lainnya misalnya mempertimbangkan adanya waktu kontinyu [11], maupun penelitian yang mempertimbangkan resiko dari ketidakpastian [12].

Jumlah penelitian yang mempertimbangkan karakteristik stokastik semakin meningkat maka berbagai macam metode penyelesaian masalah juga dikembangkan, baik untuk metode eksak maupun metode numerik. Pada dasarnya stokastik IRP dapat diselesaikan dengan metode eksak, seperti *branch-and-bound*, *branch-and-price*, *branch-price-and-cut* [13][14]. Namun, serupa dengan masalah penentuan rute kendaraan dan lokasi fasilitas, masalah penentuan rute dan persediaan ini juga diklasifikasikan kedalam *NP-hard*, yaitu semakin banyak jumlah data yang ditambahkan maka waktu komputasi akan bertambah secara polynomial [15][16]. Disinilah pentingnya dikembangkan metode numerik, seperti *adaptive genetic algorithm* [17], *local search and simulated annealing* [18], *ant colony* [19], *particle swarm* [20], hingga *reinfocement learning* [21], dengan tujuan untuk memperoleh solusi *near optimal* dengan waktu komputasi yang jauh lebih cepat.

Semakin berkembangnya penelitian yang membahas tentang masalah stokastik IRP, maka penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model matematis penentuan rute kendaraan distribusi dan pengelolaan persediaan dengan mempertimbangkan jumlah permintaan yang tidak pasti dan adanya jendela waktu.

## 2. Metode Penelitian

Penelitian dimulai dengan mengidentifikasi gejala masalah empiris atau kondisi nyata, yang kemudian akan turun dengan mengidentifikasi akar masalah. Setelah akar masalah diidentifikasi, selanjutnya dilakukan analisis sistem permasalahan untuk mengetahui komponen – komponen sistem yang dibahas didalam penelitian. Setelah permasalahan telah jelas, yang selanjutnya dilakukan adalah melakukan studi literatur, baik dari awal terbentuknya permasalahan yang dibahas, perkembangan permasalahan, hingga metode – metode yang digunakan untuk menyelesaikan berbagai permasalahan tersebut. Formulasi masalah, yaitu rumusan masalah dan tujuan penelitian, dilakukan setelah studi literatur selesai dilakukan.


**Gambar 1:** Flowchart penelitian

Sumber: Data penelitian

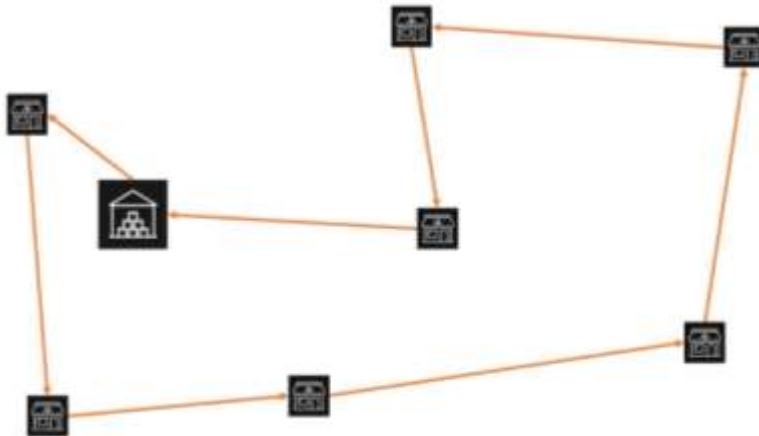
Langkah selanjutnya adalah menentukan kontribusi penelitian, yaitu mengembangkan model matematis baru untuk masalah penentuan rute dan pengelolaan persediaan dengan mempertimbangkan jendela waktu retailer dan jumlah permintaan konsumen bersifat stokastik atau tidak menentu. Model matematis yang dikembangkan berbentuk *mixed integer linear programming* (MILP). Data yang digunakan seluruhnya adalah data sintetis / hipotetik dan dibangkitkan secara random menggunakan Microsoft Excel. Dengan kata lain, penelitian ini berfokus pada pengembangan model matematis baru yang dikembangkan dari sistem nyata.

Model matematis diolah menggunakan aplikasi Lingo 21 dan berjalan pada komputer dengan spesifikasi prosesor Ryzen 7-7745 dan RAM 8 GB, di Laboratorium Komputasi Prodi Teknik Industri Agro, Politeknik ATI Makassar. Pengolahan data dilakukan untuk jumlah retailer 5 sampai 15. Skenario pengolahan data dilakukan dengan mengubah nilai beta ( $\beta$ ) dan dilakukan untuk 5 skenario jumlah retailer 5 – 7, 4 skenario untuk jumlah retailer 8 – 12, 3 skenario untuk jumlah retailer 13 dan 14, dan hanya 2 skenario untuk jumlah retailer 15. Hal ini dilakukan karena mulai dari jumlah 8 – 15 retailer, tidak semua nilai beta dapat menghasilkan solusi optimal.

Terdapat dua kriteria yang diukur, yaitu nilai fungsi objektif dan waktu komputasi, dan itu dilakukan untuk masing – masing skenario. Setelah seluruh hasil diperoleh, selanjutnya untuk setiap nilai fungsi objektif dan waktu komputasi, akan dibandingkan berdasarkan jumlah retailer. Tujuannya adalah untuk melihat perubahan nilai jika jumlah retailer juga bertambah. Hasil tersebut dianalisis, dan diakhiri dengan kesimpulan serta saran penelitian selanjutnya yang dapat dilakukan.

### 3. Hasil dan Pembahasan

Komponen sistem yang dibahas dibuat dalam bentuk grafik  $G = (V, A)$  dimana  $V$  adalah *vertex* dan  $A$  adalah *arc*. *Vertex* dituliskan sebagai  $Node = \{0, c_1, c_2, c_3, \dots, n\}$  dimana  $\{0\}$  = gudang distributor, dan  $\{c_1, c_2, \dots, n\}$  = apotek yang dilayani. *Arc* adalah biaya rute kendaraan, yang semua dimulai dan berakhir di gudang setelah mengunjungi apotek. Tingkat persediaan pada penelitian ini diukur dari tingkat pelayanan (*service level*) yang disimbolkan dengan Beta ( $\beta$ ), dimana semakin tinggi tingkat pelayanan tersebut maka semakin tinggi dan semakin banyak kemungkinan apotek yang dilayani. Nilai Beta ( $\beta$ ) tersebut kemudian dikonversi menjadi nilai Z (*Z-score*) agar dapat dihitung. Berikut merupakan komponen model matematis dan model matematis yang dituliskan secara lengkap.



**Gambar 2:** Sistem yang dibahas dalam penelitian  
Sumber: Data penelitian

**Tabel 1.** Indeks dan himpunan model

Index	Keterangan	Simbol
$i$	Gudang distributor	Node {0} ( $I$ )
$j$	Himpunan apotek	Node{1,2,3, ..., $j$ } ( $J$ )
$k$	Himpunan kendaraan	{1,2, ..., $k$ } ( $K$ )
$n$	Himpunan seluruh titik	Node{0,1,2,3, ..., $n$ } ( $N$ )
$l$	Breakpoints untuk piecewise linear approximation	{1,2, ..., $l$ }

Sumber: Data penelitian

**Tabel 2.** Parameter model matematis

Simbol	Keterangan
$CT_{nn'}$	Biaya perjalanan dari titik $n$ ke titik $n'$
$TT_{nn'}$	Waktu perjalanan dari titik $n$ ke titik $n'$
$CV_k$	Kapasitas kendaraan $k$
$ST_j$	Lama waktu pelayanan pada apotek $j$
$ET_j$	Waktu buka apotek $j$
$LT_j$	Waktu tutup apotek $j$
$I_j^0$	Inventori awal di apotek $j$
$U_j$	Order-up-to-level untuk apotek $j$
$h_j$	Biaya penyimpanan per unit di apotek $j$
$p_j$	Biaya penalty per unit shortage di apotek $j$
$\bar{D}_j$	Permintaan stokastik apotek $j \sim \mathcal{N} \left( \mu_j^D, (\sigma_j^D)^2 \right)$
$\beta$	Target service level
$z_\beta$	Z-score untuk service level $\beta$
$M$	Nilai konstanta besar

Sumber: Data penelitian

**Tabel 3.** Variable keputusan

Simbol	Keterangan
$X_{nn'k}$	BerNilai 1 jika terdapat perjalanan dari titik $n$ ke $n'$ menggunakan kendaraan $k$ , dan 0 jika sebaliknya
$qt_j$	Total jumlah produk yang dikirim ke apotek $j$
$q_{jk}$	Jumlah produk yang dikirim ke apotek $j$ menggunakan kendaraan $k$
$A_{jk}$	Total jumlah distribusi ke apotek $j$ menggunakan kendaraan $k$
$TW_{jk}$	Waktu kedatangan kendaraan $k$ di apotek $j$
$E[I_j^+]$	Expected inventori akhir di apotek $j$
$E[S_j^-]$	Expected shortage di apotek $j$
$\lambda_{jl}$	Variabel convex combination untuk piecewise linear approximation

Sumber: Data penelitian

Fungsi tujuan:

$$\text{Min} \sum_{k \in K} \sum_{n \in N} \sum_{n' \in N, n \neq n'} CT_{nn'} X_{nn'k} + \sum_{j \in J} (h_j \cdot E[I_j^+] + p_j \cdot E[S_j^-]) \quad 1$$

Fungsi tujuan (1) bertujuan untuk meminimasi total biaya rute distribusi kendaraan.

Pembatas:

$$\sum_{k \in K} \sum_{n \in N, n \neq j} X_{njk} \leq 1; \quad \forall j \in J \quad 2$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in J} X_{0jk} \leq |K| \quad 3$$

$$\sum_{n \in N, n \neq j} X_{njk} = \sum_{n \in N, n \neq j} X_{jnk}; \quad \forall j \in J, \forall k \in K \quad 4$$

$$\sum_{j \in J} X_{0jk} \leq 1; \quad \forall k \in K \quad 5$$

$$qt_j \leq (U_j - I_j^0) \cdot \sum_{k \in K} \sum_{n \in N, n \neq j} X_{njk}; \quad \forall j \in J \quad 6$$

$$qt_j \leq (U_j - I_j^0) \cdot \sum_{k \in K} \sum_{n \in N, n \neq j} X_{njk} - M \left( 1 - \sum_{k \in K} \sum_{n \in N, n \neq j} X_{njk} \right); \quad \forall j \in J \quad 7$$

$$q_{jk} \leq M \cdot \sum_{n \in N, n \neq j} X_{njk}; \quad \forall j \in J, \forall k \in K \quad 8$$

$$\sum_{k \in K} q_{jk} = qt_j; \quad \forall j \in J \quad 9$$

$$\sum_{j \in J} q_{jk} \leq CV_k; \quad \forall k \in K \quad 10$$

$$P(I_j^0 + qt_j \geq \tilde{D}_j) \geq \beta; \quad \forall j \in J \quad 11$$

Implementasi dalam Chance-Constrained Programming:

$$I_j^0 + qt_j \geq \tilde{D}_j; \quad \forall j \in J \quad (\text{terpenuhi dengan probabilitas } \beta)$$

$$TW_{jk} \geq TW_{nk} + ST_j + TT_{nj} - M(1 - X_{njk}); \quad \forall k \in K, \forall n \in N, \forall j \in J, n \neq j \quad 12$$

$$ET_j \cdot \sum_{n \in N, n \neq j} X_{njk} \leq TW_{jk}; \quad \forall j \in J, \forall k \in K \quad 13$$

$$TW_{jk} \leq LT_j \sum_{n \in N, n \neq j} X_{njk}; \quad \forall j \in J, \forall k \in K \quad 14$$

$$A_{jk} \geq A_{nk} + q_{jk} - M(1 - X_{njk}); \quad \forall k \in K, \forall n \in N, \forall j \in J, n \neq j \quad 15$$

$$\sum_{l \in L} \lambda_{jl} = 1; \quad \forall j \in J \quad 16$$

$$I_j^0 + qt_j = \sum_{l \in L} \lambda_{jl} \cdot v_{jl}; \quad \forall j \in J \quad 17$$

$$E[I_j^+] = \sum_{l \in L} \lambda_{jl} \cdot f_{jl}^+; \quad \forall j \in J \quad 18$$

$$E[S_j^-] = \sum_{l \in L} \lambda_{jl} \cdot f_{jl}^-; \quad \forall j \in J \quad 19$$

$$\mu_j^D \leq \sum_{k \in K} A_{jk}; \quad \forall j \in J \quad 20$$

$$X_{nn'k} = \{0,1\}; \quad \forall n \in N, \forall n' \in N, n' \neq n, \forall k \in K \quad 21$$

$$A_{jk} \geq 0; \quad \forall j \in J, \forall k \in K \quad 22$$

$TW_{jk} \geq 0; \forall j \in J, \forall k \in K$	23
$qt_j \geq 0; \forall j \in J$	24
$q_{jk} \geq 0; \forall j \in J, \forall k \in K$	25
$E[I_j^+] \geq 0; \forall j \in J, \forall k \in K$	26
$E[S_j^-] \geq 0; \forall j \in J, \forall k \in K$	27
$\lambda_{jl} \geq 0; \forall j \in J, \forall l \in L$	28

Fungsi objektif (1) bertujuan untuk meminimasi total biaya sistem, yang terdiri dari biaya rute kendaraan, biaya persediaan, dan biaya ekspektasi terjadinya kekurangan barang. Pembatas (2) memastikan bahwa setiap apotek / retailer hanya dilayani paling banyak satu kali. Pembatas (3) memastikan bahwa kendaraan yang berangkat dari depot akan kembali ke depot. Pembatas (4) memastikan keseimbangan aliran kendaraan. Pembatas (5) memastikan hanya menggunakan satu kendaraan. Pembatas (6) – (8) merupakan *sub-tour elimination constraints*. Pembatas (9) menghubungkan jumlah permintaan yang dipenuhi dengan jumlah persediaan yang dikirim ke apotek. Pembatas (10) memastikan distribusi tidak melebihi kapasitas kendaraan. Pembatas (11) merupakan implementasi *chance-constrained programming*. Pembatas (12) – (14) merupakan pembatas jendela waktu. Pembatas (15) menjelaskan jumlah aliran produk yang didistribusikan ke tiap apotek. Pembatas (16) – (20) merupakan pembatas terkait karakteristik stokastik jumlah permintaan apotek / pelanggan. Pembatas (21) merupakan pembatas variabel biner, dan pembatas (22) – (28) merupakan pembatas non-negatif.

Berikut merupakan data sintetis yang digunakan pada penelitian ini.

C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	
0	16000	18100	84700	48800	87800	95400	25100	43500	13900	65700	26800	7500	24000	80600	25600
47200	0	96300	113100	57100	96100	41300	11100	11300	91500	13800	36600	19400	38200	108400	108400
36900	18300	0	84600	14900	97500	8300	48300	48800	92800	33700	76800	38600	10800	10800	75700
48800	89700	16600	0	34800	31600	11400	27900	43000	45800	52000	51000	75500	21400	83000	83000
14700	54000	18700	174000	0	57200	17300	5300	62900	30800	47000	65000	90100	61000	42600	6700
99900	61100	11100	100000	96800	0	17400	83500	55300	91000	29700	52900	97100	41300	81700	8400
69400	65400	15700	17700	24100	17200	0	19100	20200	23600	61000	184000	54600	84000	12100	70100
81600	21100	19500	1600	46100	76100	41700	0	57300	46300	51000	36100	57000	71300	45700	74100
16200	37900	46000	42300	32800	11400	3980	7090	0	22800	38400	38000	90000	44600	78400	71600
02590	81800	81800	125000	61300	19300	85600	19800	75800	0	58900	47000	90100	81100	51100	70000
30700	86800	16400	31400	78100	82700	54800	43300	48800	35700	0	77700	60000	84400	85500	13100
77200	44400	38900	14000	44600	25900	41400	41900	13000	81200	30900	0	66000	58400	10100	79100
34900	88100	11500	10400	81000	82100	14400	57900	94000	97000	28900	30500	0	27500	34400	51800
50000	58000	21400	40800	143100	21500	28900	41200	91300	94000	81200	70800	1800	0	21800	51600
45200	51100	86200	18900	40700	54200	81400	81000	21700	31200	41200	86300	36100	36100	0	13100
38840	7100	77900	8700	1700	70500	21400	64300	25400	26800	7900	18000	7900	31100	16800	0

(a)

C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	
0	99	28.7	84.7	98.6	87.8	95.8	25.2	43.5	13.3	45.7	2	0.3	29	99.4	25.6
43.2	0	99.3	13.3	52.7	98.2	43.2	13.3	13.3	43.3	43.8	1.3	36.4	39.8	38.2	98.8
39.0	28.2	0	84.8	54.9	97.5	80	48.5	48.8	42.6	13.7	36.8	26.3	38.2	30.8	71.7
48.8	89.7	98.8	0	24.8	35.8	31.8	21.8	27.8	0	87.2	45.8	5.5	5.3	74.5	21.4
51.7	9	28.7	77.4	0	17.3	17.3	2.3	42.9	26.8	4.7	43.8	26.2	8.7	42.8	4.7
99.0	91.2	82.1	380	96.9	0	17.8	95.5	18.7	51.1	29.7	53.9	91.2	43.1	81.7	8.4
49.4	65.6	25.7	37.7	24	57.2	0	95.2	16.2	33.6	45.3	94	36.5	46	5.2	76.1
62.0	21.1	98.2	1.1	46.2	26.1	63.7	0	12.8	46.3	1.1	36.3	17	21.3	45.7	76.2
55.2	27.0	46	42.1	32.8	23.4	2.4	70.8	0	22.0	58.8	24	34	46.8	34.8	71.0
83.5	82.8	82.8	12.8	61.9	13.1	35.6	23.8	72.8	0	38.8	4.7	98.2	85.2	37.3	31.8
95.7	88.5	28.8	55.4	98.3	52.9	34.8	43.5	68.3	23.7	0	57.7	97	84.4	85.5	21.3
73.5	44.2	9.9	34.8	66.2	25.3	42.8	45.9	2.3	63.2	28.6	0	94	56.8	98.7	79.5
34.9	86.3	11.5	36.6	85.4	62.2	34.8	57.9	64.6	97	28.5	60.5	0	27.5	34.8	53.6
56.6	54.0	22.4	40.1	54.1	21.5	28.6	45.2	62.2	94.8	61.5	70.8	1.8	0	25.8	54.6
45.2	31.1	86.2	28.3	46.7	54.2	83.6	81.6	21.7	23.2	41.2	88.3	26.2	38.2	0	53.3
93.8	7.3	77.8	8.7	37	35.7	25.2	94.5	23.6	2.2	7.8	38.8	7.8	32.3	98.8	77

(b)

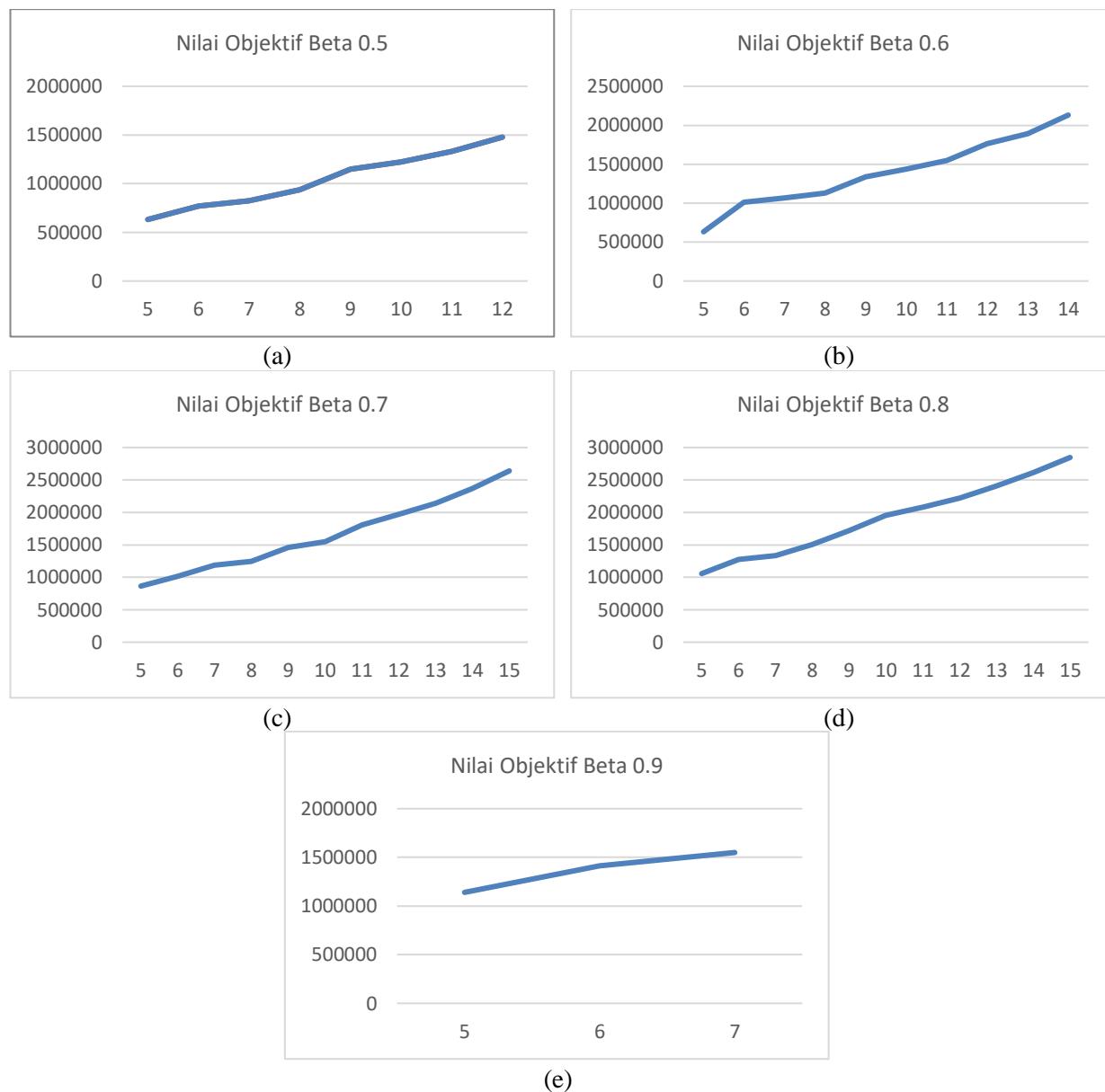
C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15		
0	38	1	13	38	15	4	20	13	24	16	20	12	9	13	385	
101_10_Weight	0	33	29	35	28	20	29	30	29	29	26	30	25	29	389	
load_weight	0	3700	33977	33122	31814	33489	34452	32295	33488	33628	33945	35588	33508	34398	34230	34356
per_weight	0	23388	25347	43823	46212	36294	48259	31897	39803	32352	41591	36813	28344	39913	33471	47523
req_weight	0	9	13	7	11	7	18	14	18	3	17	11	13	11	8	17
open_weight	0	1	5	5	8	1	1	5	1	2	5	3	1	1	1	77
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

(c)

Gambar 3: Data sintetis yang digunakan dalam penelitian

Sumber: Data penelitian

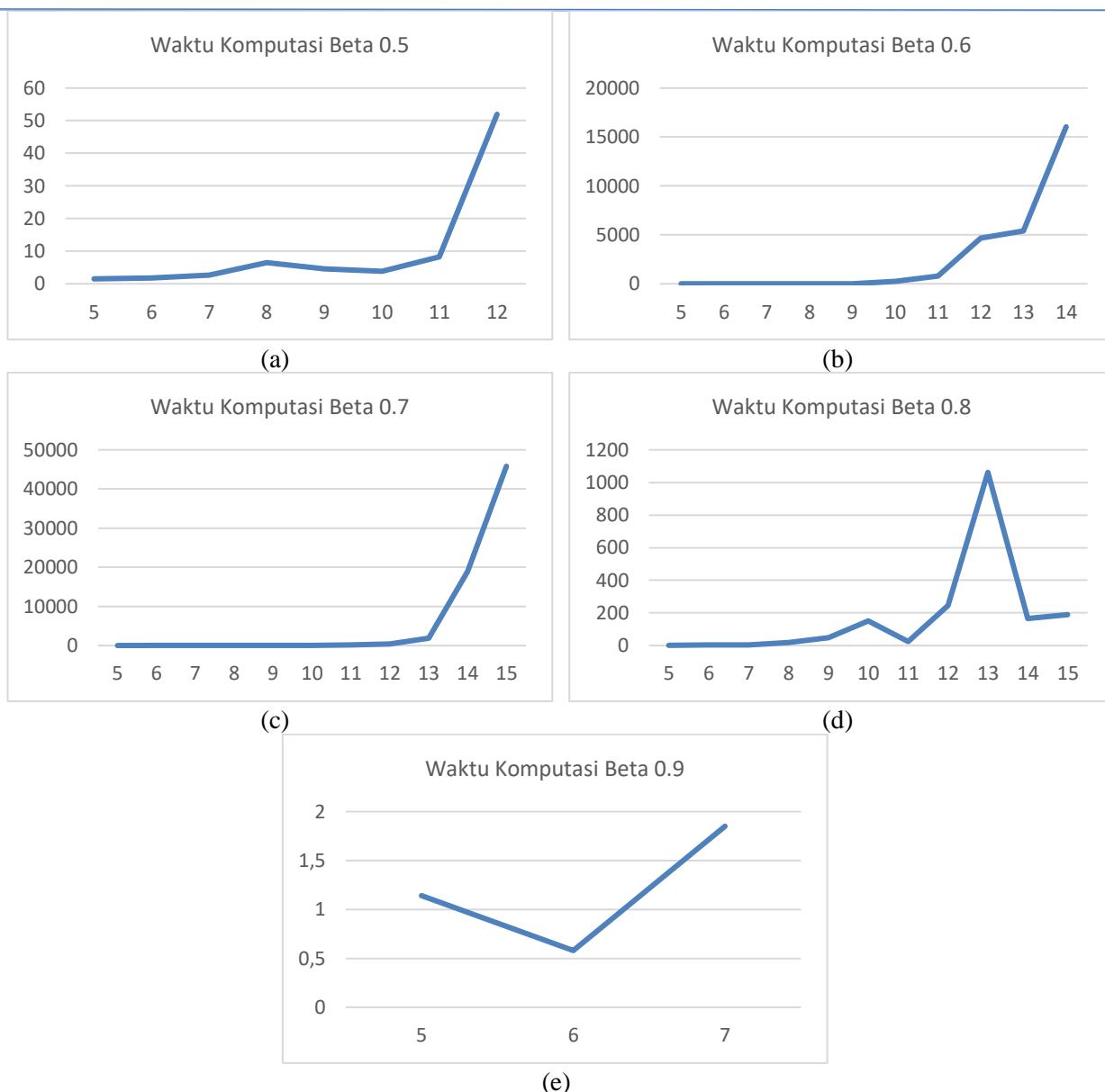
Hasil pengolahan data, baik untuk menghitung nilai fungsi objektif dan waktu komputasi, dapat dilihat pada gambar dibawah.



**Gambar 4:** Perubahan nilai fungsi objektif

Sumber: Data penelitian

Pada grafik perubahan nilai fungsi objektif untuk tiap skenario, setiap pertambahan jumlah retailer / apotek menunjukkan peningkatan nilai fungsi objektif. Semakin banyak jumlah retailer / apotek yang diolah, maka nilai fungsi objektif juga pasti akan semakin meningkat. Dapat dibandingkan juga untuk setiap retailer yang sama tapi dengan nilai Beta yang berbeda, semakin tinggi nilai Beta dari retailer tersebut, maka semakin tinggi juga nilai fungsi objektif dari retailer / apotek tersebut. Dengan kata lain, semakin tinggi nilai Beta yang digunakan, maka semakin tinggi pula nilai fungsi objektif yang dihasilkan.



**Gambar 5:** Perubahan waktu komputasi

Sumber: Data penelitian

Berdasarkan grafik perubahan waktu komputasi, untuk skenario dengan nilai Beta 0,5 – 0,7, semakin banyak jumlah apotek yang diolah, maka akan semakin lama pula waktu komputasi yang dibutuhkan untuk memperoleh nilai optimal dari model. Namun, terjadi anomaly pada skenario dengan nilai Beta 0,8 dan 0,9 dimana terdapat titik – titik tertentu, yaitu jumlah apotek 11, 14, dan 15 pada skenario Beta 0,8, dan jumlah apotek 6 pada skenario Beta 0,9, yang seharusnya nilainya lebih tinggi dibanding nilai sebelumnya, tetapi ternyata nilai atau waktu komputasi yang diperoleh lebih rendah dari waktu sebelumnya. Anomali terhadap waktu komputasi tersebut dapat disebabkan oleh performa solver optimasi itu sendiri yang menggunakan algoritma branch-and-bound [22].

#### 4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, maka kesimpulan yang diperoleh adalah masalah yang diteliti merupakan penentuan rute kendaraan dan pengendalian persediaan dengan mempertimbangkan jendela waktu dan jumlah permintaan stokastik. Penelitian mengambil studi kasus sistem distribusi obat, dari gudang ke apotek. Model matematis yang dikembangkan berjenis *mix integer linear programming* (MILP) dan *stochastic programming*. Dari hasil pengolahan data telah dapat menghasilkan solusi global optimal untuk 15 retailer dan 5 skenario nilai Beta yang berbeda. Nilai fungsi objektif dan waktu komputasi akan mengalami peningkatan seiring dengan bertambahnya jumlah retailer /

apotek, walaupun terdapat beberapa anomaly di waktu komputasi yang disebabkan oleh performa dari algoritma *branch-and-bound* yang digunakan.

Adapun saran yang diberikan adalah penelitian selanjutnya dapat dikembangkan dengan mempertimbangkan waktu perjalanan yang tidak menentu, dapat mengembangkan algoritma metaheuristic seperti *ant colony*, *particle swarm*, atau *reinforcement learning*. Sebaiknya juga dapat menggunakan data asli sehingga hasilnya dapat langsung divalidasi.

## 5. Referensi

- [1] A. M. F. Achmad, I. S. Aziz, and C. E. M. Katili, “Penentuan Rute Kendaraan Dengan Jendela Waktu Untuk Distribusi Produk Oleh PT. X,” *J. Agro-industry Eng. Res.*, vol. 2, no. 1, pp. 46–51, 2023.
- [2] E. J. Alarcon Ortega and K. F. Doerner, “A sampling-based matheuristic for the continuous-time stochastic inventory routing problem with time-windows,” *Comput. Oper. Res.*, vol. 152, no. December 2022, p. 106129, 2023.
- [3] L. Bertazzi, A. Bosco, F. Guerriero, and D. Laganà, “A stochastic inventory routing problem with stock-out,” *Transp. Res. Part C Emerg. Technol.*, vol. 27, pp. 89–107, 2013.
- [4] A. J. Kleywegt, V. S. Nori, and M. W. P. Savelsbergh, “The stochastic inventory routing problem with direct deliveries,” *Transp. Sci.*, vol. 36, no. 1, pp. 94–118, 2002.
- [5] A. Gutierrez-Alcoba, R. Rossi, B. Martin-Barragan, and T. Embley, “The stochastic inventory routing problem on electric roads,” *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 310, no. 1, pp. 156–167, 2023.
- [6] Y. Crama, M. Rezaei, M. Savelsbergh, and T. Van Woensel, “Stochastic inventory routing for perishable products,” *Transp. Sci.*, vol. 52, no. 3, pp. 526–546, 2018.
- [7] A. Campbell, L. Clarke, A. Kleywegt, and M. Savelsbergh, “The Inventory Routing Problem,” *Fleet Manag. Logist.*, no. Ddm, pp. 95–113, 1998.
- [8] S. Chopra and M. Peter, *Supply chain management: strategy, planning, and operation - third edition*. 2014.
- [9] S. Barr, “Thirty Years of Inventory-Routing,” *CIRRELT Work. Pap.*, 2012.
- [10] L. Bertazzi, A. Bosco, and D. Laganà, “Managing stochastic demand in an Inventory Routing Problem with transportation procurement,” *Omega (United Kingdom)*, vol. 56, pp. 112–121, 2015.
- [11] M. Savelsbergh, “The Continuous Time Inventory Routing Problem,” no. 2008.
- [12] Z. Cui, D. Z. Long, J. Qi, and L. Zhang, “The Inventory Routing Problem Under Uncertainty,” *Oper. Res.*, vol. 71, no. 1, pp. 378–395, 2023.
- [13] C. Archetti, L. Bertazzi, G. Laporte, and M. G. Speranza, “A branch-and-cut algorithm for a vendor-managed inventory-routing problem,” *Transp. Sci.*, vol. 41, no. 3, pp. 382–391, 2007.
- [14] Y. Adulyasak, J. F. Cordeau, and R. Jans, “Formulations and branch-and-cut algorithms for multivehicle production and inventory routing problems,” *INFORMS J. Comput.*, vol. 26, no. 1, pp. 103–120, 2014.
- [15] A. M. F. Achmad, A. P. Enggita, and W. H. Afris, “Algoritma Simulated Annealing untuk Penentuan Lokasi Fasilitas dan Rute Kendaraan dengan Mempertimbangkan Jendela Waktu dan Kendaraan Heterogen Terbatas pada Sistem Pengelolaan Limbah,” *J. Agro-industry Eng. Res.*, vol. 1, no. 1, pp. 20–27, 2022.
- [16] M. Çelik, C. Archetti, and H. Süral, “Inventory routing in a warehouse: The storage replenishment routing problem,” *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 301, no. 3, pp. 1117–1132, 2022.
- [17] D. W. Cho, Y. H. Lee, T. Y. Lee, and M. Gen, “An adaptive genetic algorithm for the time dependent inventory routing problem,” *J. Intell. Manuf.*, vol. 25, no. 5, pp. 1025–1042, 2014.
- [18] A. Alvarez, P. Munari, and R. Morabito, “Iterated local search and simulated annealing algorithms for the inventory routing problem,” *Int. Trans. Oper. Res.*, vol. 25, no. 6, pp. 1785–1809, 2018.
- [19] W. Lily and M. N. Hasnah, “Ant Colony Optimization For Split Delivery Inventory Routing Problem,” *Malaysian J. Comput. Sci.*, vol. 30, no. 4, pp. 333–348, 2017.
- [20] N. Dabiri, M. J. Tarokh, and M. Alinaghian, “New mathematical model for the bi-objective inventory routing problem with a step cost function: A multi-objective particle swarm optimization solution approach,” *Appl. Math. Model.*, vol. 49, pp. 302–318, 2017.
- [21] U. Hasturk, A. H. Schrottenboer, K. J. Roodbergen, and E. Ursavas, “Constrained Reinforcement Learning for the Dynamic Inventory Routing Problem under Stochastic Supply and Demand,” no. Ipcc, pp. 1–41, 2025.
- [22] A. Lodi and G. Zarpellon, “On learning and branching: a survey,” *Top*, vol. 25, no. 2, pp. 207–236, 2017.